

Глава 2

Практикум по гироскопам различных типов с использованием компьютерного моделирования

2.1. Практические и учебно-исследовательские задачи для гироскопов поплавкового типа с использованием компьютерной 3D модели

Краткие сведения по теории

• **Поплавковый гироскоп (ПГП)** – прибор [1] (рис.2.1), в корпусе которого взвешен в вязкой жидкости герметичный **поплавок**, содержащий быстровращающийся ротор. Связь поплавка с корпусом осуществляется через жидкость и через упругий элемент. Корпус датчика закреплен на подвижном объекте. Поплавок имеет степень свободы - вращение на угол β вокруг своей оси.

• **Принцип действия ПГП.** Ротор с кинетическим моментом \mathbf{H} , поворачиваясь вместе с подвижным объектом вокруг входной оси с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$, испытывает действие момента сил инерции Кориолиса (**гироскопического момента**) $\overline{\mathbf{M}} = \overline{\mathbf{H}} \times \overline{\boldsymbol{\omega}}$.

Этот гироскопический момент, которому противодействует момент пружины, заставляет поворачиваться поплавков на **угол β** . Измеряя выходной угол β (или гироскопический момент) можно судить о величине входной (измеряемой) угловой скорости ω подвижного объекта.

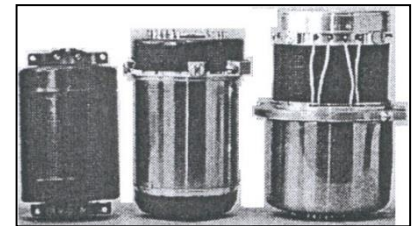
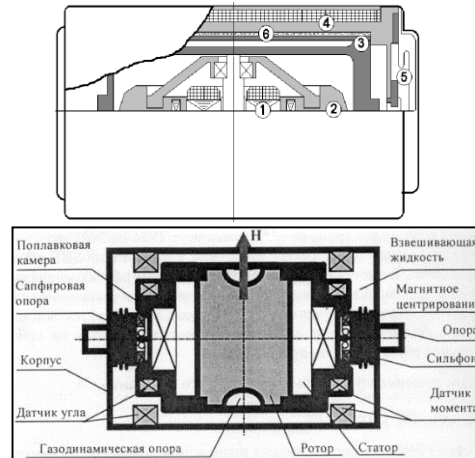
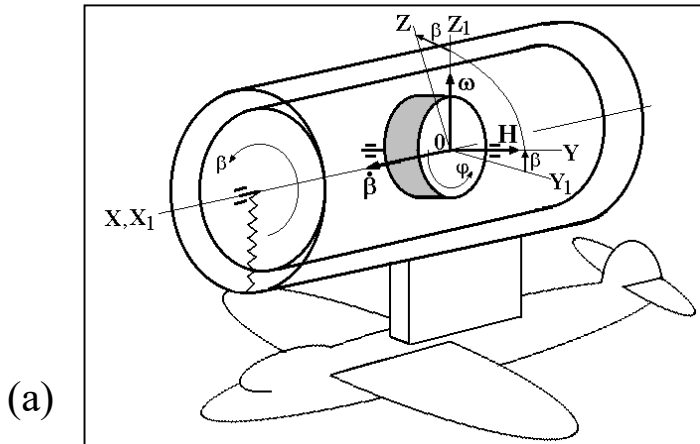


Рис.2.1. Кинематическая схема (а) и элементы конструкции (б) поплавкового датчика угловой скорости:
1,2 - статор и ротор; 3 - поплавок; 4 - корпус гироскопа и система терморегулирования; 5 - сильфон;
6 - рабочий зазор с поддерживающей жидкостью

• Построение и исследование уравнений движения (математических моделей) ПП представлено далее при решении учебно-исследовательской **задачи 2.1и**.

Ответы и решения

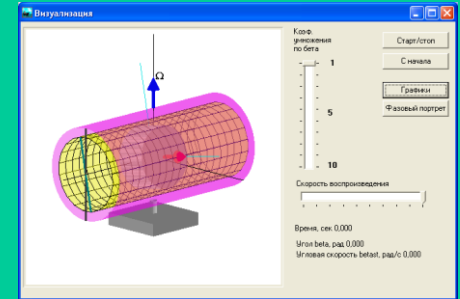
Практические задачи 1-го уровня сложности

Задачи для самостоятельного решения

Задача 2.1. Поплавковый интегрирующий гироскоп (ПИГ):
кинетический момент $H=0,04\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$; момент инерции ротора и поплавок относительно X $A_0=A+A_1=0,0001\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2$;
коэффициент демпфирования $k_D=0,01\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$;
измеряемая угловая скорость объекта $\omega=1\text{с}^{-1}$; нулевые н. у.
Время окончания переходных процессов $t_k=0,05\text{с}$.
Найти в аналитическом и численном виде зависимость $\beta(t)$,
используя уравнение движения ПИГ $A_0\ddot{\beta} + k_D\dot{\beta} = H\omega$.

Проверить результат с помощью программы “RGP”.

“RGP”
ПИГ

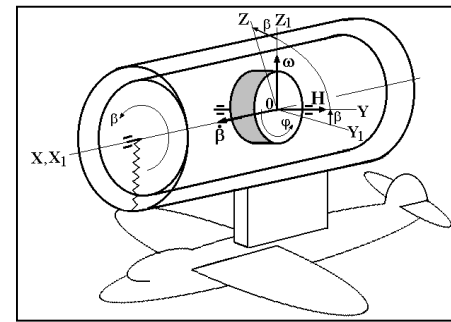


Задача 2.2. Поплавковый датчик угловой скорости (ДУС):
кинетический момент $H=0,04\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$; момент инерции ротора и поплавок относительно X $A_0=A+A_1=0,0001\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2$;
коэффициент демпфирования $k_D=0,01\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$;
коэффициент упругих сил $k_y=0,25\text{Н}\cdot\text{м}$;
измеряемая угловая скорость объекта $\omega=1\text{с}^{-1}$; нулевые н. у.
Время окончания переходных процессов $t_k=0,2\text{с}$.
Найти в аналитическом и численном виде зависимость $\beta(t)$,
используя уравнение движения ДУС $A_0\ddot{\beta} + k_D\dot{\beta} + k_y\beta = H\omega$.

Проверить результат с помощью программы “RGP”.

“RGP”
ДУС





Задача 2.3. Поплавковый датчик угловой скорости (ДУС):
 максимальная измеряемая угловая скорость объекта $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$;
 кинетический момент гироскопа $H = 0,15 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$;
 максимально допустимый угол поворота поплавка $\beta = 0,3 \text{ рад}$.

Демпфирование велико, переходные процессы носят апериодический характер.

Определить жесткость упругого элемента k_y , используя линеаризованное уравнение движения ДУС $A_0 \ddot{\beta} + k_D \dot{\beta} + k_y \beta = H\omega$.

Задача 2.4. Необходимо, с помощью поплавкового гироскопа, измерить угловую скорость объекта с погрешностью $\omega \leq 0,1 \text{ град/час}$. Кинетический момент гироскопа $H = 0,04 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$.

Найти в установившемся режиме допустимый момент сил сопротивления M_c , пользуясь линеаризованным уравнением $A_0 \ddot{\beta} + k_D \dot{\beta} + k_y \beta = H\omega + M_c$.

Задача 2.5. Поплавковый гироскоп – датчик угловой скорости имеет параметры:
 кинетический момент $H = 0,2 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$; жесткость упругого элемента $k_y = 1,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Линейность характеристики упругого элемента сохраняется до угла поворота поплавка $\beta_{\max} = 6^\circ$.

Определить верхнюю границу измеряемых угловых скоростей в $[\text{о/с}]$, пользуясь линеаризованным уравнением $A_0 \ddot{\beta} + k_D \dot{\beta} + k_y \beta = H\omega$.

Задача 2.6. Поплавковый интегрирующий гироскоп (ПИГ):

кинетический момент $H = 0,001 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$; коэффициент демпфирования $k_D = 20 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$;

суммарный момент инерции относительно оси X вращения поплавка $A_0 = 0,04 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$;

Максимальная угловая скорость вращения объекта $\omega_{\max} = 1 \text{ с}^{-1}$. Уравнение движения $A_0 \ddot{\beta} + k_D \dot{\beta} = H\omega$

Определить передаточный коэффициент $\delta_{\text{ИГ}} = H/k_D$ и постоянную времени $\tau_{\text{ИГ}} = A_0/k_D$ ПИГ.

Найти по формуле $\Delta\psi = |\psi - \psi_{\text{П}}| = \omega_{\max} \cdot \tau_{\text{ИГ}}$ ошибку при измерении гироскопом угла поворота ψ [о] объекта; ψ – истинный угол поворота объекта; $\psi_{\text{П}} = \beta/\delta_{\text{ИГ}}$ – приборное значение ψ .

Учебно - исследовательская задача 2-го уровня сложности

Задача 2.1и. Провести аналитическое и численное исследование **поплавкового гироскопа**, как датчика угловой скорости или интегрирующего гироскопа (рис.2.1).

Часть А.

1. Вывести нелинейные уравнения движения (построить математическую модель) поплавкового гироскопа на основе уравнений Лагранжа 2-го рода.
2. Получить и проанализировать линеаризованные уравнения движения поплавкового гироскопа как датчика угловой скорости (дифференцирующего гироскопа) и как датчика угла положения объекта (интегрирующего гироскопа).

Часть Б.

Провести компьютерные эксперименты с помощью программы численного решения и динамической визуализации "PGP", подтвердить полученные аналитические результаты.

Пример решения учебно-исследовательской задачи 2.1и

Часть А.

1. Исходные положения

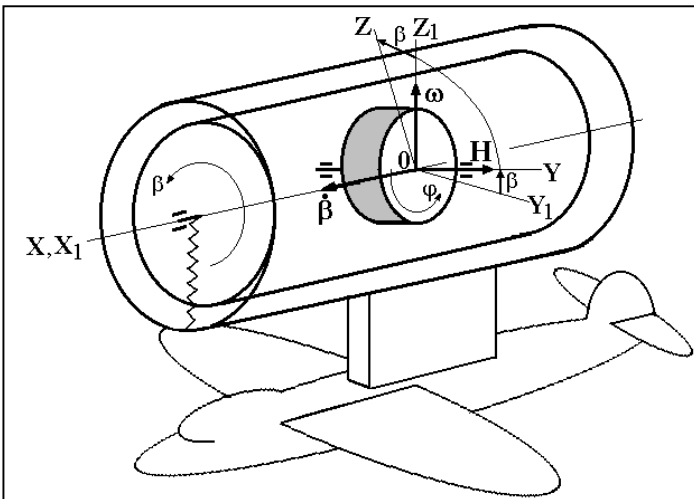
Уравнения Лагранжа 2-го рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial E}{\partial \beta} = Q_{\beta}, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial E}{\partial \varphi} = Q_{\varphi} \quad (2.1)$$

Кинетическая энергия и обобщенные силы

$$E = \frac{1}{2} \omega^2 (A_2 + B_1 + A \cos^2 \beta) + \frac{A_1 + A}{2} \dot{\beta}^2 + \frac{B}{2} (\dot{\varphi} + \omega \sin \beta)^2 \quad (2.2)$$

$$Q_{\beta} = -k_y \beta - k_D \dot{\beta}, \quad Q_{\varphi} = 0, \quad (2.3)$$



• Уравнения движения поплавкового гироскопа

$$(A_1 + A)\ddot{\beta} + k_D\dot{\beta} + k_y\beta = H\omega \cos \beta + (B - A)\frac{\omega^2}{2} \sin 2\beta \quad (2.4)$$

$$H = B\dot{\phi} = \text{const}$$

2. Линеаризованные уравнения, при малых β , $A=B$

$$\ddot{\beta} + 2n\dot{\beta} + \lambda^2\beta = H^*\omega \quad (2.5)$$

$$2n = k_D/(A_1 + A) \quad \lambda^2 = k_y/(A_1 + A) \quad H^* = H/(A_1 + A)$$

• Датчик угловой скорости (ДУС)

Передачный коэффициент ДУС

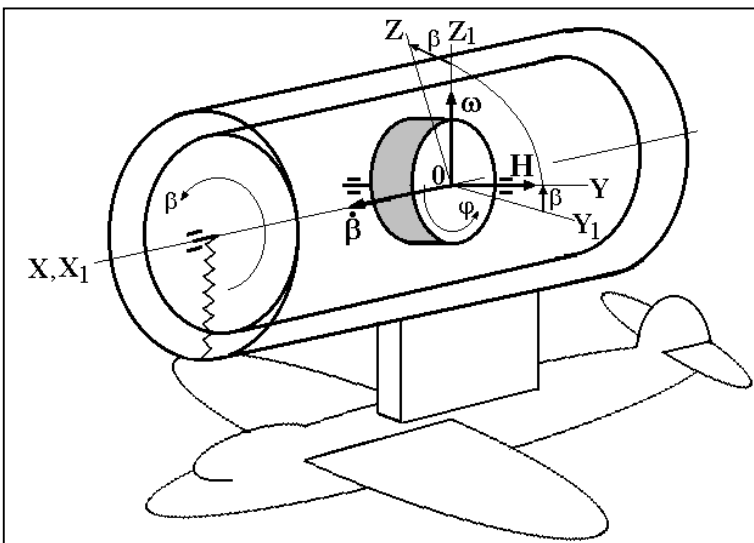
$$A_0\ddot{\beta} + k_D\dot{\beta} + k_y\beta = H\omega + M_c \quad A_0 = A_1 + A$$

$$\delta_{ДУС} = H/k_y$$

• Поплавковый интегрирующий гироскоп (ПИГ)

$$\ddot{\beta} + 2n\dot{\beta} = H^*\omega \quad A_0\ddot{\beta} + k_D\dot{\beta} = H\omega \quad (2.6)$$

Передачный коэффициент $\delta_{ПИГ} = H/k_D$ и постоянная времени $\tau_{ПИГ} = A_0/k_D$ ПИГ.



Параметры ПГП (ПИГ, ДУС):

- момент инерции ротора $A = B = 0,00005 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$;
- момент инерции поплавка $A_1 = 0,00005 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$;
- кинетический момент гироскопа $H = 0,04 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$;
- измеряемая угловая скорость объекта $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$;
- коэффициент демпфирования $k_D = 0,001 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$;
- коэффициент упругих сил $k_y = 0 \div 0,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Нулевые начальные условия .