

Зависимость поведения консервативной системы от параметра (Бифуркация).

Опр 1 Значение параметра $a = a_0$ наз-ся объективным, если $\exists \varepsilon > 0$:
при $|a - a_0| < \varepsilon$ мы имеем одну и ту же топологическую структуру фаз. портрета

Опр 2. Для тех пар-ров, для которых НЕ вып. Опр 1 — их называют бифуркационными

Система $\leadsto$ потенц. энергия
 $U \Rightarrow$ СИЛА
зависит от пар-ра

ожидает бифуркация.

"Сила" $f(x, a) \leadsto$ можно найти положения равновес.:

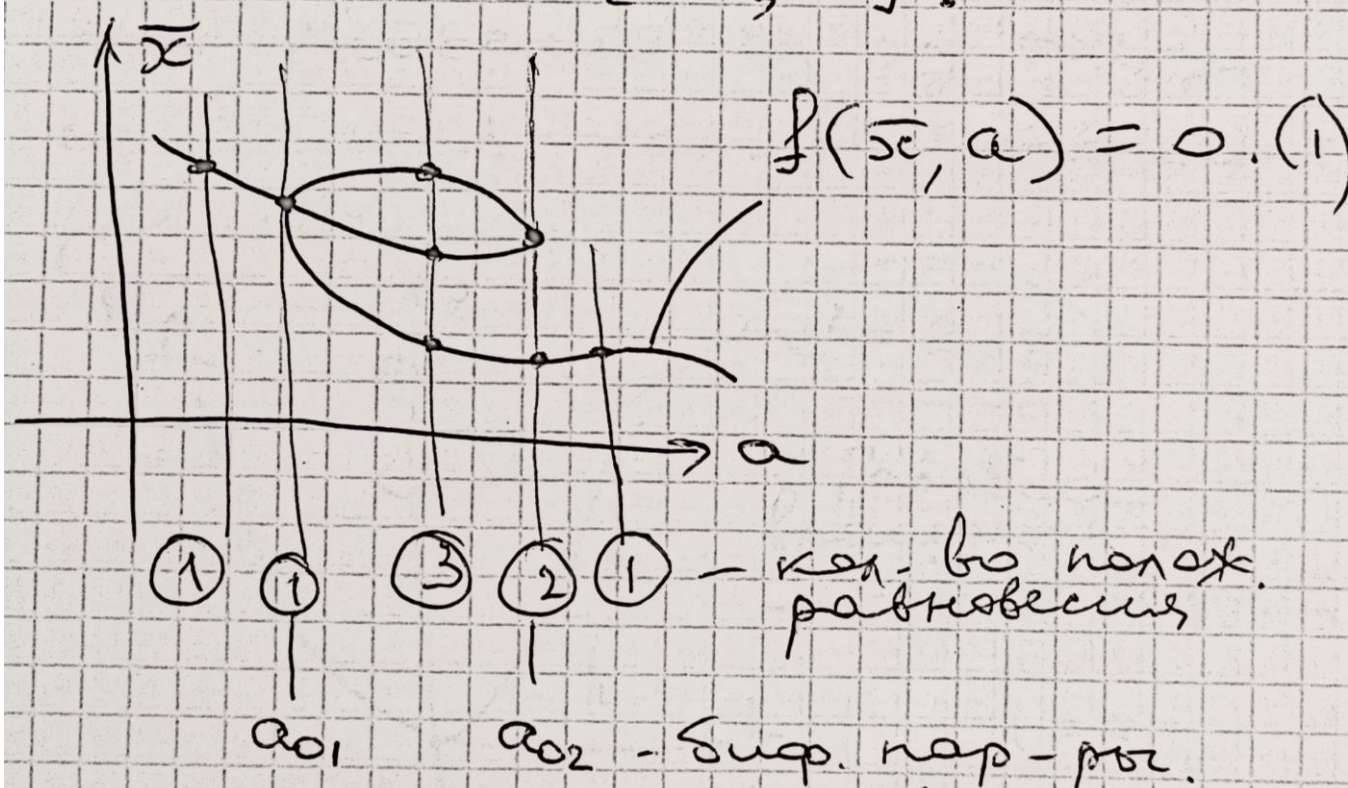
$\bar{x}$ - полож. равновес. $\Rightarrow$

$$\boxed{f(\bar{x}, a) = 0} \leadsto \dots a_0$$

Зависимость положений
равновесия от параметра
коз-ца бифуркационной
диаграммой — кривой

$$f(\bar{x}, a) = 0$$

на плоскости $\{a, \bar{x}\}$:



Если продифференцировать (1) по a :

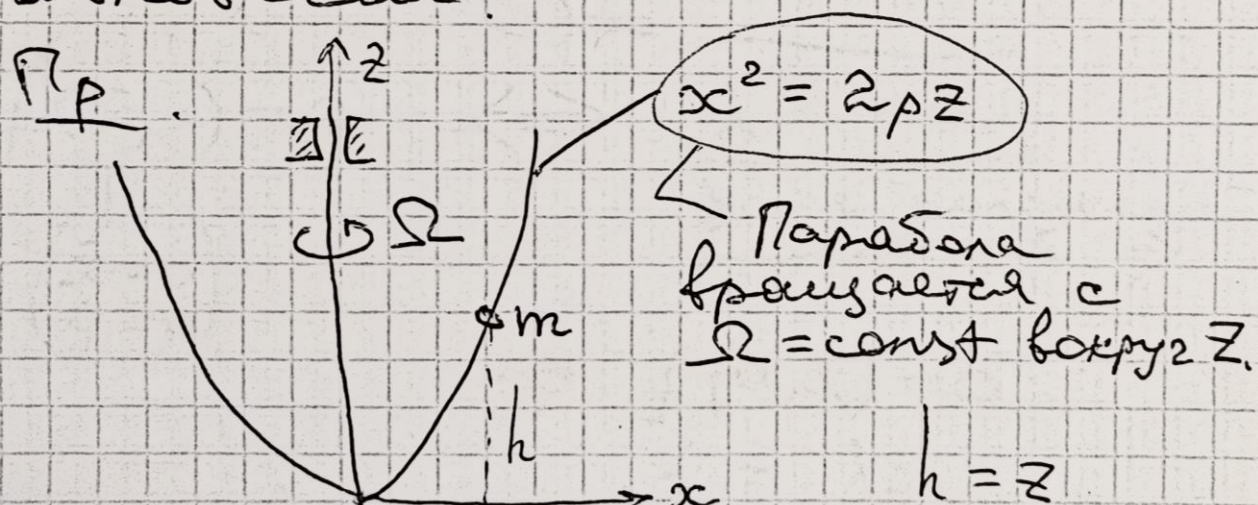
$$\frac{df}{d\bar{x}} \frac{d\bar{x}}{da} + \frac{df}{da} = 0 \quad \text{или} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{d\bar{x}}{da} = - \frac{f'_a(\bar{x}, a)}{f'_{\bar{x}}(\bar{x}, a)}} \Rightarrow$$

Если в некоторой точке $(a, \bar{x})$
кривой $f(\bar{x}, a) = 0$

$$f'_x(\bar{x}, a) = 0, \text{ а } f'_a(\bar{x}, a) \neq 0$$

то кривая имеет
вертикальную касательную —
— там бифуркации, т.к.
при сдвиге z эта точка
существует как в положении
равновесия.



из параболы:

$$T = \frac{m\Omega^2 x^2}{2} + \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{z}^2)$$

$$z = \frac{x^2}{2\rho}; \quad \dot{z} = \frac{x\dot{x}}{\rho}$$

$$L = \frac{m}{2} \left(1 + \frac{x^2}{\rho^2} \right) \dot{x}^2 - \frac{m}{2} \lambda x^2,$$

$$\lambda = g/\rho - \Omega^2.$$

$\gamma_p - e \quad \mathcal{P}!$

$$m \left(1 + \frac{x^2}{\rho^2} \right) \ddot{x} + m \frac{\dot{x}^2}{\rho^2} x + m \lambda x = 0$$

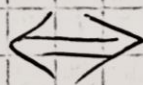
$$\downarrow \dot{x} = y$$

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = - \frac{(\lambda + y^2/\rho^2)x}{(1 + x^2/\rho^2)} \end{cases}$$

$$\tilde{f}(x, a) = - \frac{(\cdot)x}{(\cdot) \neq 0}$$

$$\tilde{f}(\bar{x}, a) = 0$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} = 0 \\ \dot{y} = 0 \end{pmatrix}$$



$$\boxed{\lambda \bar{x} = 0}$$

$\gamma_p - e$ положение
равновесия $\Rightarrow$

$$\Rightarrow f(a, \bar{x}) = 0$$

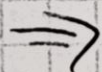
$$f = \lambda \bar{x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lambda$$



$$\boxed{\lambda = 0}$$

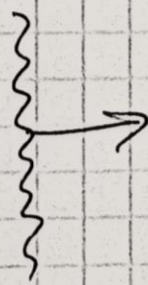
кар-р бифуркации



$$1) \lambda > 0$$

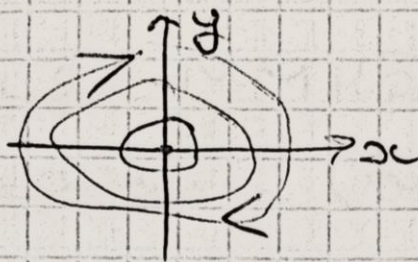
$$2) \lambda = 0$$

$$3) \lambda < 0$$

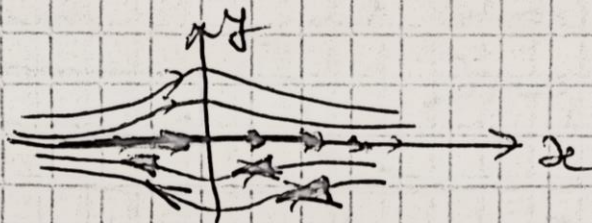


разные
положения
раз. карт.

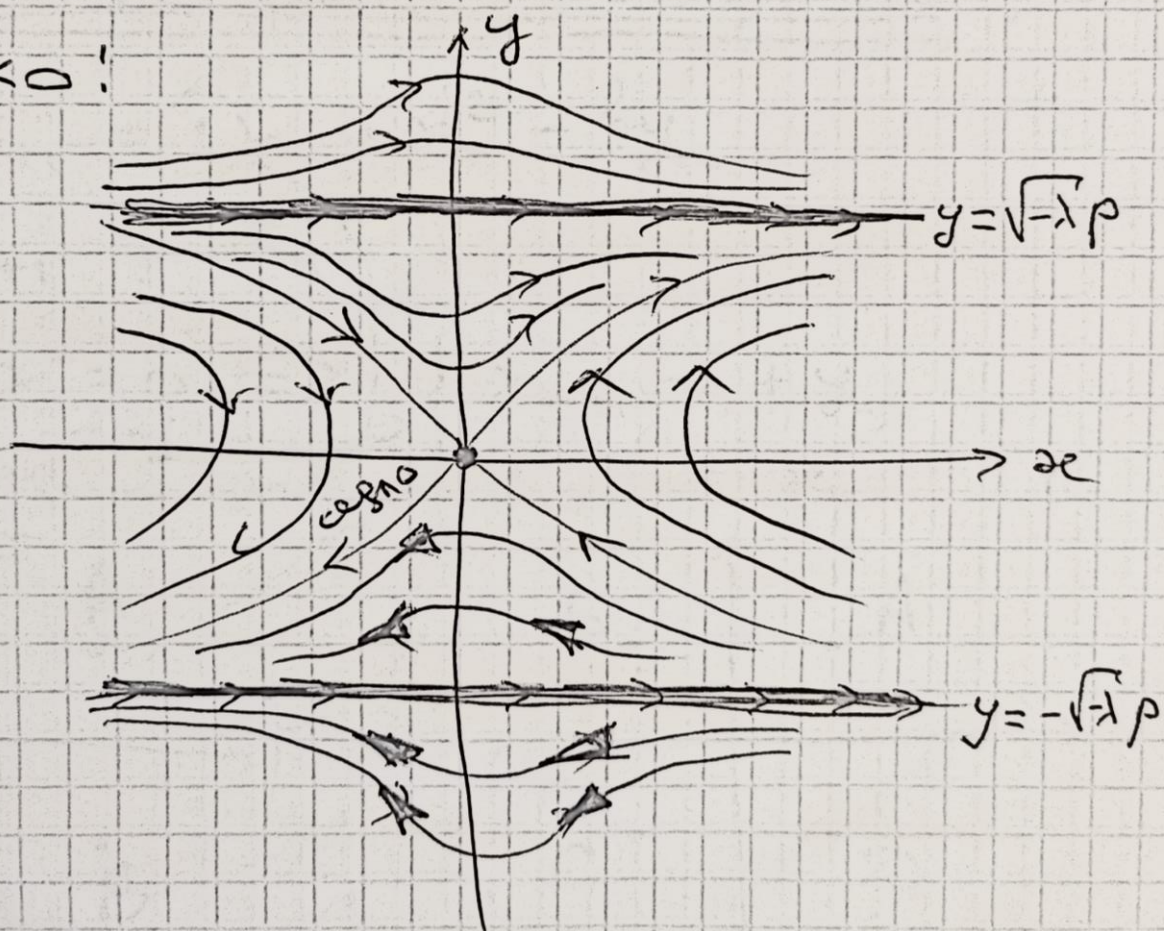
$\lambda > 0$:



$\lambda = 0$:



$\lambda < 0$:



из пособия ММНД:

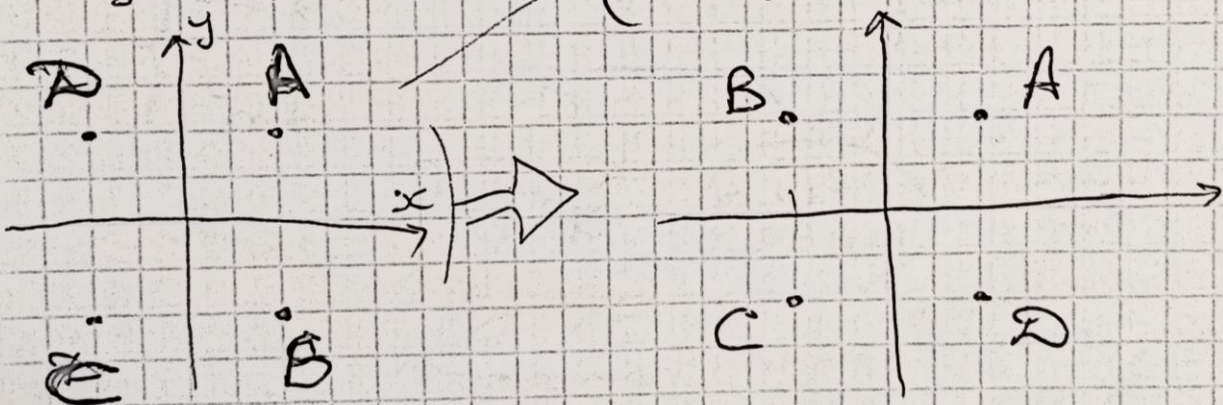
- Структуры (типы, примеры)

- системы ... $\Rightarrow$ Ван дер Поли, Эно, Логн
до Лоренца

Несколько раз. слово Эно:

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 - ax_n^2 - by_n \\ y_{n+1} = x_n \end{cases}$$

$\Rightarrow a=0 \Rightarrow$
 $b=-1$
 seq. уравнения $\Rightarrow \begin{cases} x_{n+1} = 1 + y_n \\ y_{n+1} = x_n \end{cases}$



Торцы четырехугольника повернуть на $\pi/2$ и затем ~~отразить~~ ~~зеркально~~ ~~отразить~~ ~~симметрично~~ относительно y .

